

LOIS DE PROBABILITÉ (CHAPITRE 3)

• Loi binomiale

Définition : $P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ avec $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Approximation possible par la loi normale de moyenne nP et de variance nPQ pour nP et nQ ≥ 5.

• Loi de Poisson

Définition : $P(X=k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$ où λ est une constante.

Approximation possible par la loi normale de moyenne et de variance λ pour n supérieur à 10 ou 20.

• Loi normale

Définition : loi continue de densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$

• Loi de χ^2 à k degrés de liberté

Définition : $\chi_k^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_k^2$ où Z_1, Z_2, \dots, Z_k suivent des lois normales centrées réduites indépendantes.

Approximation possible par la loi normale de moyenne k et de variance 2k pour k ≥ 30.

• Loi de Student à k degrés de liberté

Définition : $t = \frac{Z}{\sqrt{Y/k}}$ où Z suit une loi normale centrée réduite et Y une loi de χ^2 à k ddl indépendante de X.

Approximation possible par la loi normale centrée réduite lorsque k est grand.

• Loi de Fisher à k_1 et k_2 degrés de liberté

Définition : $F_{k_1, k_2} = \frac{X/k_1}{Y/k_2}$ où X et Y suivent des lois de χ^2 indépendantes à k_1 et k_2 degrés de liberté.

ESTIMATION (CHAPITRE 2)

• Moyenne vraie : $\mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

• Moyenne estimée : $m = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

• Variance vraie : $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$

• Variance estimée : $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n m^2 \right) = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right)$

• Moyenne, variance et changement de variable : si $X' = aX+b$, on a : $\mu' = a\mu + b$ et $\sigma'^2 = a^2 \sigma^2$.

• Covariance vraie : $cov(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)$

• Covariance estimée :

$$\hat{cov}(X, Y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m_X)(y_i - m_Y) = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i - n m_X m_Y \right) = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) \right)$$

INTERVALLE DE FLUCTUATION (CHAPITRE 4)

Pourcentage	$P \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{PQ}{n}}$	nP et nQ ≥ 5
Moyenne	$\mu \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	n ≥ 30 ou distribution de X normale
Variance	$\left[a \frac{\sigma^2}{n-1}; b \frac{\sigma^2}{n-1} \right]$ [a;b] est l'intervalle de fluctuation de χ_{n-1}^2	distribution de X est normale
	$\sigma^2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{2\sigma^4}{n-1}}$	n ≥ 30 et distribution de X normale
	A suivant une loi normale de moyenne μ_A et de variance σ_A^2	$\mu_A \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n}}$

INTERVALLE DE CONFIANCE (CHAPITRE 5)

	Grands échantillons	Petits échantillons
Pourcentage	$P_0 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P_0 Q_0}{n}}$ Conditions d'application : $np_1, nq_1, np_s, nq_s \geq 5$	Table 5
Moyenne	$m \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s^2}{n}}$ Condition d'application : n ≥ 30	$m \pm t_{n-1; \alpha/2} \sqrt{\frac{s^2}{n}}$ Condition d'application : la variable X suit une loi normale
Variance	$s^2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{2s^4}{n-1}}$ Conditions d'application : n ≥ 30 et la variable X suit une loi normale	$\left[\frac{n-1}{b} s^2; \frac{n-1}{a} s^2 \right]$ où a et b sont les valeurs seuil à 0,975 et 0,025 de χ_{n-1}^2 Condition d'application : la variable X suit une loi normale

TESTS DE COMPARAISON DE POURCENTAGES

Comparaison de deux pourcentages (chapitre 7)

- Comparaison d'un pourcentage à une valeur théorique

$H_0 : P=P_{H_0}$
 $H_1 : P \neq P_{H_0}$ (test bilatéral) ou : $P > P_{H_0}$ ou $P < P_{H_0}$ (test unilatéral)

$$\chi_0^2 = \frac{(O_1 - C_1)^2}{C_1} + \frac{(O_2 - C_2)^2}{C_2}$$

Conditions d'application : C_1 et $C_2 \geq 5$

Seuil de signification pour le risque α (test bilatéral) : χ^2_{α}

- Comparaison de deux pourcentages

$H_0 : P_1 = P_2$
 $H_1 : P_1 \neq P_2$ (test bilatéral) ou : $P_1 > P_2$ ou $P_1 < P_2$ (test unilatéral)

$$- C_{ij} \geq 5 : \chi_0^2 = \sum_{i,j} \frac{(O_{ij} - C_{ij})^2}{C_{ij}} = \frac{(ad-bc)^2 n}{n_1 n_2 m_1 m_2} = \frac{\left(a - \frac{n_1 m_1}{n}\right)^2}{\left(\frac{n_1 n_2 m_1 m_2}{n^2(n-1)}\right)}$$

$$- \text{sinon et si } C_{ij} \geq 3 : \chi_c^2 = \sum_{i,j} \frac{(|O_{ij} - C_{ij}| - 0,5)^2}{C_{ij}} = \frac{(|ad-bc| - \frac{n}{2})^2 n}{n_1 n_2 m_1 m_2} = \frac{\left(\left|a - \frac{n_1 m_1}{n}\right| - 0,5\right)^2}{\left(\frac{n_1 n_2 m_1 m_2}{n^2(n-1)}\right)}$$

Règle de décision

test bilatéral : on rejette H_0 , au risque α , si $\chi_0^2 \geq \chi^2_{2\alpha}$

test unilatéral : si H_1 s'écrit $P_1 > P_2$, on rejette H_0 , au risque α , si $\chi_0^2 \geq \chi^2_{2\alpha}$ et si $p_1 > p_2$

si H_1 s'écrit $P_1 < P_2$, on rejette H_0 , au risque α , si $\chi_0^2 \geq \chi^2_{2\alpha}$ et si $p_1 < p_2$

- si tous les $C_{ij} < 3$, utiliser le test de Fisher

Comparaison de plusieurs distributions (chapitre 14)

- Comparaison d'une distribution à une distribution théorique

$H_0 : P_1 = \Pi_1$
 $P_2 = \Pi_2$

 $P_k = \Pi_k$ c'est-à-dire :
 la distribution vraie dans la population est
 identique à la distribution de référence

H_1 : une, au moins, des égalités n'est pas vraie.

	Classe 1	Classe 2	...	Classe k	
Effectifs observés	O_1	O_2	...	O_k	n
Effectifs calculés	$C_1 = n\Pi_1$	$C_2 = n\Pi_2$...	$C_k = n\Pi_k$	

$$\chi_0^2 = \frac{(O_1 - C_1)^2}{C_1} + \frac{(O_2 - C_2)^2}{C_2} + \dots + \frac{(O_k - C_k)^2}{C_k} \quad (k-1 \text{ ddl})$$

- Comparaison de plusieurs distributions

$H_0 : P_{11} = P_{21} = \dots = P_{p1}$ c'est-à-dire :
 $P_{12} = P_{22} = \dots = P_{p2}$ la vraie répartition entre les classes A_j est identique
 $P_{1k} = P_{2k} = \dots = P_{pk}$ dans les p populations

H_1 : une, au moins, des égalités n'est pas vraie.

$$\chi_0^2 = \sum_{i,j} \frac{(O_{ij} - C_{ij})^2}{C_{ij}} \quad ((p-1)(k-1) \text{ ddl}).$$

Condition d'application : $C_{ij} \geq 5$.

Test de tendance entre plusieurs pourcentages (chapitre 14)

$H_0 : P_1 = \dots = P_k$
 H_1 : les pourcentages P_1 à P_k augmentent (ou diminuent) linéairement avec X

$$\chi_0^2 = \frac{n^3 \left[\sum x_i (O_{1i} - C_{1i}) \right]^2}{m_1 m_2 \left[n \sum n_i x_i^2 - (\sum n_i x_i)^2 \right]} \quad 1 \text{ ddl}$$

Conditions d'application : $C_{ij} \geq 5$, linéarité entre X et les P_i .

TESTS DE COMPARAISON DE MOYENNES

Comparaison de deux moyennes (chapitre 8)

- Comparaison d'une moyenne à une valeur théorique

$H_0 : \mu = \mu_{H_0}$
 $H_1 : \mu \neq \mu_{H_0}$ (test bilatéral) ou : $\mu > \mu_{H_0}$ ou $\mu < \mu_{H_0}$ (test unilatéral)

Effectif	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)	Conditions d'application
$n \geq 30$	$z_0 = \frac{m - \mu_{H_0}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$	rejet de H_0 si $ z_0 \geq z_{\alpha/2}$	Aucune
$n < 30$	$t_0 = \frac{m - \mu_{H_0}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$	rejet de H_0 si $ t_0 \geq t_{n-1; \alpha/2}$	Distribution de X normale

- Comparaison de deux moyennes

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$
 $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ (test bilatéral) ou : $\mu_1 > \mu_2$ ou $\mu_1 < \mu_2$ (test unilatéral)

On considère successivement les 4 cas du tableau suivant dans l'ordre où ils sont numérotés en s'arrêtant au premier qui correspond à la situation dans laquelle on se trouve (les cas 2 et 3 conduisent à des tests identiques, ils n'ont été séparés que par souci de clarté).

Effectifs et distribution de X	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)	Remarques
1 $n_1 \geq 30$ et $n_2 \geq 30$ On ne sait rien sur la distribution de X	$z_o = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}$	$z_{\alpha/2}$	Aucune condition d'application
2 n_1 et n_2 quelconques On sait que les distributions de X dans les deux populations sont normales et de mêmes variances	$t_o = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{s^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$ avec : $s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$	$t_{n_1+n_2-2, \alpha/2}$	Le test est robuste à un écart à la normalité
3 $n_1 = n_2 < 30$ On sait que les distributions de X dans les deux populations sont normales Les variances de X dans les deux populations ne sont pas trop différentes	$t_o = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{s^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$ avec : $s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$	$t_{n_1+n_2-2, \alpha/2}$	Le test est robuste à un écart à la normalité
4 n_1 ou $n_2 < 30$ et $n_1 \neq n_2$ Variances de X dans les deux populations différentes	$t'_o = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}$	$t'_{k', \alpha/2}$	k' est l'entier le plus proche de : $k = \frac{\left[\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right]^2}{\frac{1}{n_1-1} \left[\frac{s_1^2}{n_1} \right]^2 + \frac{1}{n_2-1} \left[\frac{s_2^2}{n_2} \right]^2}$

Comparaison de plusieurs moyennes (chapitre 15)

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$
 $H_1 : \text{il y a au moins une différence entre les } k \text{ moyennes}$

Source de variation	Somme des carrés des écarts			d.d.l.	Carré moyen (ou variance)	F
Entre groupes (facteur A)	$SCE_A = \sum_{j=1}^k n_j (m_j - m)^2$	$SCE_A = \sum_{j=1}^k \frac{T_j^2}{n_j} - \frac{T^2}{n}$	$SCE_A = \sum_{j=1}^k n_j m_j^2 - n m^2$	$k-1$	$s_A^2 = \frac{SCE_A}{k-1}$	$F_o = \frac{s_A^2}{s_R^2}$
Résiduelle	$SCE_R = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - m_j)^2$	$SCE_R = \sum_{i,j} x_{ij}^2 - \sum_{j=1}^k \frac{T_j^2}{n_j}$	$SCE_R = (n-k) s_R^2$	$n-k$	$s_R^2 = \frac{SCE_R}{n-k}$	
Total	$SCE_T = \sum_{i,j} x_{ij}^2 - \frac{T^2}{n}$	$SCE_T = \sum_{i,j} x_{ij}^2 - \frac{T^2}{n}$		$n-1$		

Conditions d'application : distributions de X normales de même variance dans chaque population.

Règle de décision : $F_o > F_{n-k}^{k-1}(\alpha)$: rejet de H_0
 $F_o < F_{n-k}^{k-1}(\alpha)$: non rejet de H_0

TESTS DE COMPARAISON DE VARIANCES

Comparaison de deux variances (chapitre 9)

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
 $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (test bilatéral) ou $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ou $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ (test unilatéral)

Hypothèse alternative H_1	Rejet de H_0 au risque α lorsque	Lecture dans la table 4
$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$F_o = \frac{s_1^2}{s_2^2} \geq F_{\alpha}$	F_{α} est la valeur seuil au risque α lue dans la table avec $k_1 = n_1 - 1$ et $k_2 = n_2 - 1$
$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$F_o = \frac{s_2^2}{s_1^2} \geq F_{\alpha}$	F_{α} est la valeur seuil au risque α lue dans la table avec $k_1 = n_2 - 1$ et $k_2 = n_1 - 1$
$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F_o = \frac{s_1^2}{s_2^2} \geq F_{\alpha/2}$ si $s_1^2 > s_2^2$	$F_{\alpha/2}$ est la valeur seuil au risque $\alpha/2$ lue dans la table avec $k_1 = n_1 - 1$ et $k_2 = n_2 - 1$
	$F_o = \frac{s_2^2}{s_1^2} \geq F_{\alpha/2}$ si $s_1^2 < s_2^2$	$F_{\alpha/2}$ est la valeur seuil au risque $\alpha/2$ lue dans la table avec $k_1 = n_2 - 1$ et $k_2 = n_1 - 1$

Conditions d'application : distributions de X normales dans les deux populations

Comparaison de plusieurs variances (chapitre 16)

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$
 $H_1 : \text{il y a au moins une différence entre les } k \text{ variances}$

$\chi_o^2 = \frac{(N-k) \text{Ln}(s^2) - \sum (n_i-1) \text{Ln}(s_i^2)}{1 + \frac{1}{3(k-1)} \left[\sum \frac{1}{n_i-1} - \frac{1}{N-k} \right]}$ suit une loi de χ^2 à $(k-1)$ ddl (test de Bartlett)

Conditions d'application : distribution de X normale dans chaque population, effectifs n_i des échantillons pas trop petits (au moins égaux à 4) et nombre d'échantillons pas trop élevé par rapport aux effectifs n_i .

RÉGRESSION (CHAPITRE 11)

• Estimation des coefficients de la droite de régression

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{1}{n} (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2} = \frac{\sum (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sum (x_i - m_x)^2} = \frac{\sum x_i y_i - n m_x m_y}{(n-1) s_x^2}$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$\hat{y} = b(x - m_x) + m_y$$

$$a = \frac{\sum y_i}{n} - b \frac{\sum x_i}{n} = m_y - b m_x$$

• Test de la pente de la droite de régression

$H_0 : \beta = 0$
 $H_1 : \beta \neq 0$

On compare $t_0 = \frac{b}{\sqrt{s_b^2}}$ (avec $s_b^2 = \frac{s_y^2}{s_x^2} - b^2$) à la valeur seuil de la loi de Student à $n-2$ ddl. $s_b^2 = \frac{s_{Y|X}^2}{(n-1)s_x^2}$

Conditions d'application : la régression doit être linéaire, et, à X fixé, les valeurs de Y doivent être indépendantes, et leur distribution normale et de variance constante.
écart de la linéarité = perte de puissance

- Intervalle de confiance de la pente de la droite de régression : $b \pm t_{n-2, \alpha/2} \sqrt{\frac{\left(\frac{s_y}{s_x}\right)^2 - b^2}{n-2}}$
- Intervalle de confiance de \hat{Y} à x fixé : $\hat{y} \pm t_{n-2, \alpha/2} \sqrt{\text{var}(\hat{y})} = \hat{y} \pm t_{n-2, \alpha/2} \sqrt{s_{Y|X}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(x - m_x)^2}{\sum (x_i - m_x)^2} \right)}$
avec : $s_{Y|X}^2 = \frac{n-1}{n-2} (s_y^2 - b^2 s_x^2)$
- Intervalle de fluctuation de la valeur prédite de Y pour $X=x$:
 $a + b x \pm z_{\alpha/2} \sqrt{s_{Y|X}^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x - m_x)^2}{\sum (x_i - m_x)^2} \right)}$ en pratique souvent on remplace par (page 198)
 $a + b x \pm z_{\alpha/2} \sqrt{s_{Y|X}^2}$
- Pourcentage de la variance de Y expliqué par X : $R^2 = b^2 \frac{s_x^2}{s_y^2}$

CORRÉLATION (CHAPITRE 12)

• Définition du coefficient de corrélation

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i)^2 \right] \left[\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n y_i)^2 \right]}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n m_x m_y}{(n-1) \sqrt{s_x^2 s_y^2}}$$

- Relation entre le coefficient de corrélation et la pente b de la régression de Y en fonction de X : $r = \frac{S_X}{S_Y} b$
- Le coefficient de corrélation entre X et Y est le même que celui entre $aX+b$ et $cY+d$ (si a et c sont positifs).
- Test : comparaison de $t_0 = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ à la valeur seuil lue dans la table du t de Student à $(n-2)$ ddl. CA page 212

Règle de décision du test :

Test bilatéral : on rejette H_0 si $|t_0| \geq t_{n-2, \alpha/2}$

Test unilatéral : - $H_1 : \rho > 0$ on rejette H_0 si $t_0 \geq t_{n-2, \alpha}$
- $H_1 : \rho < 0$ on rejette H_0 si $t_0 \leq t_{n-2, 1-\alpha} (= -t_{n-2, \alpha})$

$$r^2 = \frac{s_y^2 - (n-2) s_{Y|X}^2}{(n-1) s_y^2} \quad r^2 = \frac{s_y^2 - s_{Y|X}^2}{s_y^2}$$

$$s_{Y|X}^2 = s_y^2 (1-r^2) \quad \frac{n-1}{n-2} = s_y^2 (1-r^2)$$

$\frac{n-1}{n-2} r^2 = r^2$ pourcentage de la variance expliqué si la régression est linéaire

ANALYSE DE LA VARIANCE POUR TESTER LA LINÉARITÉ DE LA RÉGRESSION (CHAPITRE 17)

Source de variation	Somme des carrés des écarts	ddl	Variance	F
Entre classes de X	$\sum \frac{T_j^2}{n_j} - \frac{(\sum y)^2}{n}$ (1)	k-1		
Régression	$b^2 \left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right)$ (2)	1	MSR	$F_{n-k}^1 = \frac{MSR}{MSE}$
Linéarité	$\sum (\hat{y}_j - \bar{y}_j)^2 = (1) - (2)$	k-2	MSL	$F_{n-k}^{k-2} = \frac{MSL}{MSE}$
Résiduelle	$\sum (y - \bar{y}_j)^2 = \sum y^2 - \sum \frac{T_j^2}{n_j}$	n-k	MSE	
Total	$\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}$	n-1		

• T_j la somme des y pour les sujets avec $X=x_j$ et n le nombre de sujets total (c'est-à-dire la somme des n_j)

• Quand il n'y a pas d'indice, la somme porte sur l'ensemble des n sujets. Quand il y a l'indice j, la somme porte sur les k groupes ayant différentes valeurs de X.

Conditions d'application : il faut que la régression soit linéaire et que Y ait une distribution normale de même variance à X fixé.

ÉCHANTILLONS APPARIÉS (CHAPITRE 13)

Comparaison de deux moyennes

Si $n \geq 30$: $z_0 = \frac{m_d}{\sqrt{\frac{s_d^2}{n}}}$

Si $n < 30$: $t_0 = \frac{m_d}{\sqrt{\frac{s_d^2}{n}}}$ (t à n-1 ddl). Condition d'application : distribution des d_i normale

Comparaison de deux pourcentages

Si $\frac{b+c}{2} \geq 5$: $\chi_0^2 = \frac{(b-c)^2}{b+c}$

Si $3 \leq \frac{b+c}{2} < 5$: $\chi_0^2 = \frac{(b-c-1)^2}{b+c}$

Comparaison de deux variances

$t_0 = \frac{r_{sd}}{\sqrt{1 - r_{sd}^2}} \sqrt{n - 2} = \frac{F - 1}{\sqrt{4 F (1 - r^2)}} \sqrt{n - 2}$ (n-2 ddl). Conditions d'application : distribution binormale du couple de variables (x_1, x_2) .

Liaison entre les réponses des sujets d'une même paire de 2 échantillons appariés

- Variable quantitative : coefficient de corrélation
- Variable qualitative dichotomique : χ^2

PUISSANCE (CHAPITRE 10)

Test bilatéral : $z_{\alpha/2} - z_{1-\beta} = \phi$ Test unilatéral : $z_{\alpha} - z_{1-\beta} = \phi$	}	Comparaison de deux moyennes : $\phi = \frac{\Delta}{\sqrt{\sigma^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_0} \right)}}$
		Comparaison de deux proportions : $\phi = \frac{ \text{Arcsin}\sqrt{P_1} - \text{Arcsin}\sqrt{P_0} }{\sqrt{\left(\frac{1}{4n_1} + \frac{1}{4n_0} \right)}}$

- Nombre de sujets nécessaire

Comparaison de deux moyennes : $n_1 = \frac{k+1}{k} \frac{\sigma^2}{\Delta^2} \phi^2$ et $n_2 = k n_1$

Comparaison de deux proportions : $n_1 = \frac{k+1}{k} \frac{\phi^2}{4(\text{Arcsin}\sqrt{P_1} - \text{Arcsin}\sqrt{P_2})^2}$ et $n_2 = k n_1$

avec $\phi = z_{\alpha/2} - z_{1-\beta}$ pour un test bilatéral et $\phi = z_{\alpha} - z_{1-\beta}$ pour un test unilatéral.